# Feuille d'exercices numéro 3

PC

27.9.2007

**Exercice 1** On se place de profil contre un mur, le bord du pied droit touchant le mur. Pourquoi est-il impossible de lever le pied gauche ? On se place dos au mur, les talons contre le mur. Pourquoi est-il impossible de "saluer" ?

**Exercice 2** Une bille de billard de masse $M$ et de rayon $R$ se déplace sur le tapis avec un coefficient de frottement $f$. L'axe $x$ est l'axe de déplacement horizontal de la bille, l'axe $z$ est vertical et l'axe $y$ horizontal complète la base orthonormée directe.

1. On frappe la bille un peu en dessous du plan médian (effet rétro), ce qui donne simultanément à la bille une vitesse initiale $\overrightarrow{v}_G = v_0 \overrightarrow{u}_x$ et une vitesse de rotation initiale en un sens opposé au sens "naturel" $\overrightarrow{\omega} = -\omega_0 \overrightarrow{u}_y$. Établir les lois $x(t)$, $\omega(t)$ et $v_g(t)$ dans la première phase du mouvement (avec glissement) ; en déduire la date de fin de glissement et décire le mouvement ultérieur. Montrer que la bille peut revenir en arrière si $\omega_0$ est assez grand.
2. On frappe la bille un peu au dessus du plan médian (effet coulé), ce qui donne simultanément à la bille une vitesse initiale $\overrightarrow{v}_G = v_0 \overrightarrow{u}_x$ et une vitesse de rotation initiale dans le sens "naturel" $\overrightarrow{\omega} = \omega_0 \overrightarrow{u}_y$ supérieure à la vitesse correspondant au roulement sans glissement, donc telle que $\omega_0 > \frac{v_0}{R}$. Mêmes questions.

**Exercice 3** Le siège d'un tabouret de piano est constitué d'un plateau cylindrique de masse $M$ et de rayon $R$ et d'un axe vertical fileté de masse négligeable vissé dans un socle immobile. On note $p$ le pas de vis exprimé en mètre par tour. Le mouvement est repéré par l'angle de rotation du plateau $\theta$ et par l'altitude du plateau $z$. Lorsque le plateau tourne dans le sens trigonométrique vu du dessus, l'axe se dévisse et le plateau monte. Un frottement linéaire s'exerce au niveau du pas de vis et son action se ramène à un couple de frottement $\overrightarrow{\Gamma} = -\lambda\dot{\theta}\overrightarrow{u}_z$. On donne une impulsion initiale au plateau quand il est en bas : $\theta_0 = 0$, $z_0 = 0$ et $\dot{\theta}_0 = \omega_0$. Établir les équations horaires $\theta(t)$ et $z(t)$. Faire un graphe d'évolution temporelle de $z$.

**Exercice 4** Sur la surface d'une sphère de rayon $R$ et de masse $M$, on place en $A$ un lest ponctuel de masse $m$. On note $C$ le centre de la sphère. On place la sphère sur un support horizontal et on suppose que le plan passant par $C$, $A$ et $I$ le point de contact est vertical. Déterminer la période des petites oscillations.

**Exercice 5** On modélise une automobile par deux cylindres de même masse $m$, et de même rayon $R$, de centres $C_1$ (roue avant) et $C_2$ (roue arrière), solidaires grâce à des liaisons pivot parfaites à une tige $C_2C_1$ de centre $G$, de masse $M$ et de longueur $L$. L'axe $x$ est l'axe horizontal de la route dans le sens $\overrightarrow{C_2C_1}$, l'axe $z$ est vertical et l'axe $y$ horizontal complète la base orthonormée directe. L'action du moteur se ramène à un couple $\overrightarrow{\Gamma} = \Gamma\overrightarrow{u}_y$. On suppose que les roues roulent sans glisser et on note $f$ le coefficient de frottement.

La voiture est une "traction avant", c'est-à-dire que $\overrightarrow{\Gamma}$ s'exerce sur la roue avant.

1. Établir la relation entre entre les vitesses de rotation des disques et la vitesse de déplacement de la voiture.
2. Par application du TPC, déterminer l'accélération de la voiture.
3. Appliquer le TRC à l'ensemble de la voiture.
4. Appliquer le TMC en $G$ dans $\mathcal{R}_b$ à l'ensemble du véhicule. puis à chaque partie du véhicule.
5. On suppose pour simplifier que $m \ll M$. Donner les expressions approchées des composantes des actions de contact au niveau des roues. La roue avant peut-elle décoller ? La roue arrière peut-elle décoller ? La roue avant peut-elle glisser ? La roue arrière peut-elle glisser ?