Fiche méthodologique numéro 1

Mécanique du solide

6 octobre 2007

1. Définir le référentiel de travail $\mathcal{R}_0$:
   - si $\mathcal{R}_0$ est galiléen, pas de force d'inertie ;
   - si $\mathcal{R}_0$ n'est pas galiléen :
     - s'il est en translation avec l'accélération $\overrightarrow{A}$, on ajoute aux forces réelles la force d'inertie d'entrainement $\overrightarrow{f}_{ie} = -m\overrightarrow{a}_e = -m\overrightarrow{A}$ appliquée au centre d'inertie G du solide.
     - s'il est en rotation uniforme autour d'un axe fixe Δ_0, alors la résultante des forces d'inertie sur un solide tournant lui-même autour d'un axe Δ (*a priori* distinct de Δ_0) est difficile à déterminer ; ce cas est exclu du programme de mécanique du solide ; on rappelle néanmoins qu'en mécanique du point, on compte la la force d'inertie d'entrainement axifuge $\overrightarrow{f}_{ie} = -m\overrightarrow{a}_e = m\omega^2\overrightarrow{HM}$ (H projeté orthogonal de M sur Δ_0) et la force d'inertie de Coriolis $\overrightarrow{f}_{ic} = -m\overrightarrow{a}_c = -2m\overrightarrow{\omega} \wedge \overrightarrow{v}_r$.
2. Définir le système étudié :
   - s'il existe un seul solide, ce sera le système ;
   - si plusieurs solides coexistent, on peut choisir tout sous-système formé de un oup plusieurs solides.
3. Faire un schéma du système étudié ; si plusieurs sous-systèmes doivent être étudiés, faire autant de schéma (par exemple un schéma des roues, puis un schéma de la caisse, puis un schéma de l'ensemble du véhicule).
4. Faire l'inventaire des actions (forces et couples) s'exerçant sur le système : attention aux points d'application, à ne pas oublier les éventuelles réactions d'axe et à ne pas compter les éventuelles forces intérieures. Compléter la figure :
   - tracer les axes et repères en vert ;
   - les actions, forces et couples en rouge.
5. Faire l'inventaire des inconnues cinématiques (x, y, z, θ, r, θ, φ) et des inconnues dynamiques (R, T, N, ...).
6. Traduire soigneusement les hypothèses au niveau des contacts :
   - s'il y a roulement sans glissement, on réduit les inconnues cinématiques en écrivant la nullité de la vitesse de glissement ;
   - s'il y a glissement, on réduit les inconnues dynamiques en écrivant la proportionnalité entre la composante normale et la composante tangentielle.

7. À ce stade, tout est prêt : il s'agit maintenant de bien choisir la ou les lois à appliquer. Quelques points de repère :
   – L'application du TRC permet de faire apparaître toutes les composantes des forces, celles des accélérations mais pas les éventuels couples.
     - s'il y a RSG, elle peut permettre de déterminer, à la fin du travail, les composantes des forces de contact, pour valider ensuite l'hypothèse grâce aux lois de Coulomb ;
     - s'il y aglissement, elle peut permettre de trouver le mouvement du solide ;
     - s'il existe un couple, elle n'est jamais suffisante pour conclure.
   – L'application du TMC en O (point fixe de $\mathcal{R}_0$) nécessite l'écriture du premier théorème de Kœnig :
     - elle est utile lorsque le système est composite (formé de deux solides distincts).
     - elle est utile pour se débarrasser d'une réaction d'axe en O.
   – L'application du TMC en G dans le référentiel barycentrique permet de se débarrasser du poids et souvent (dans le cas d'une sphère ou d'un cylidre) de la composante normale de contact.
   – Le TPC permet de se débarrasser des actions de contact quand il y a RSG.
8. Les trois cas d'école suivant se résolvent avec le TMC :
   – pendule pesant
   – rotor équilibré
   – pendule de torsion.
9. Dans la plupart des autres cas, avec des objets qui roulent, la structure du raisonnement est la suivante :
   (a) on suppose qu'il y a RSG
   (b) on écrit Varignon pour relier θ et x
   (c) on calcule Ec grâce au deuxième théorème de Kœnig
   (d) on l'exprime en fonction de $\dot{x}$ ou de $\dot{\theta}$ seulement
   (e) on écrit le TPC
   (f) on en déduit l'équation différentielle du mouvement
   (g) on la résout
   (h) on écrit le TRC
   (i) on en déduit les actions de contact
   (j) on valide le RSG grâce aux lois de Coulomb.
10. Enfin, avec des objets qui glissent :
   (a) le TRC ou le TPC permet l'étude du mouvement de G
   (b) le TMC permet l'étude de la rotation autour de G
   (c) on calcule la vitesse de glissement avec Varignon
   (d) on en déduit la possibilité de fin du glissement quand la vitesse de glissement s'annule.