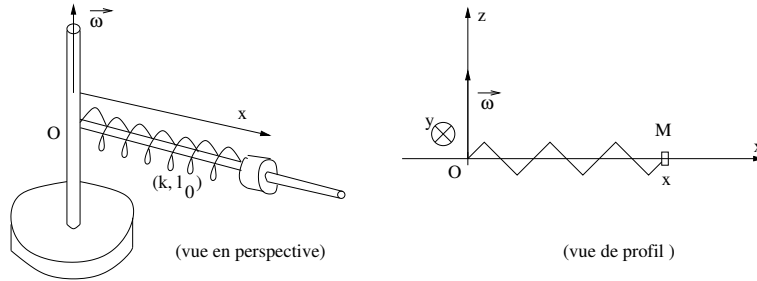


Devoir surveillé numéro 1

Mécanique du point

PC, 3 septembre 2008

On considère une masselotte de masse m coulissant sans frottement sur une tige horizontale, le long de laquelle on définit un axe (O, x) . Elle est soumise à une réaction perpendiculaire au support, elle est reliée à un ressort de longueur à vide ℓ_0 et de constante de raideur k , dont l'autre extrémité est fixe en O . La tige tourne à vitesse angulaire constante $\vec{\omega} = \omega \vec{u}_z$ et on cherche à déterminer la période des oscillations de la masselotte par une méthode énergétique.



On travaille dans le référentiel non galiléen de la tige tournante.

1. Faire l'inventaire des forces s'exerçant sur la masselotte, en les dessinant en rouge sur la figure vue de profil (à reproduire sur la copie).
2. Justifier sommairement que seules deux de ces forces travaillent, la force de rappel du ressort et la force d'inertie d'entraînement.
3. Donner l'expression de l'énergie potentielle élastique $E_{p\ell}$ en fonction de x la longueur du ressort (qui s'identifie à la longueur du ressort), k et ℓ_0 .
4. Donner les composantes de la force d'inertie d'entraînement \vec{f}_{ie} dans la base cartésienne $(\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$ en fonction de x , m et ω .

5. On rappelle qu'en coordonnées cartésiennes, $\vec{\text{grad}} V = \begin{pmatrix} \frac{\partial V}{\partial x} \\ \frac{\partial V}{\partial y} \\ \frac{\partial V}{\partial z} \end{pmatrix}$. Déterminer l'expression de

l'énergie potentielle $E_{p_{ie}}$ dont dérive \vec{f}_{ie} en fonction de x .

6. En déduire l'expression de l'énergie mécanique E_m en fonction de x et \dot{x} .
7. En déduire l'équation différentielle du second ordre vérifiée par x :

$$\ddot{x} + \left(\frac{k}{m} - \omega^2 \right) x = \frac{k}{m} \ell_0$$

On pourra admettre cette équation pour la fin de l'exercice.

8. Justifier sommairement que si ω est inférieure à une valeur critique ω_c qu'on précisera, on observe des oscillations de la masselotte ; préciser la période T de ces oscillations.