Travaux Dirigés numéro 5

L'état fluide

PC, 1^er octobre 2008

Exercice 1 Théorie cinétique des gaz Un système formé de n moles d'un gaz parfait monoatomique est placé dans un cylindre de volume V et de section S. On adopte un modèle dans lequel les atomes sont homocinétiques : leurs vecteurs vitesses ont même norme v, et sont tous colinéaires à l'axe (O, x) du cylindre et $\overrightarrow{v} = \pm v\overrightarrow{u}_x$. On note P la pression, T la température, M la masse molaire atomique du gaz et $m = \frac{M}{\mathcal{N}_A}$ la masse de chaque atome, $\mathcal{N}_A$ la constante d'Avogadro, R la constante des gaz parfaits et $k_B = \frac{R}{\mathcal{N}_A}$ la constante de Boltzmann.

1. Donner l'expression de la densité atomique du gaz dans l'enceinte, en (atomes)m^{-3}.
2. Pendant la durée dt, dN atomes vont frapper la paroi de droite de l'enceinte. Donner l'expression de dN.
3. Pour chaque atome, la quantité de mouvement passe de $mv\overrightarrow{u}_x$ à $-mv\overrightarrow{u}_x$, en déduire la variation $\delta\overrightarrow{p}$ pour chaque atome, la variation $d\overrightarrow{p}$ pour l'ensemble des atomes qui frappent la paroi de droite, la force $\overrightarrow{f}$ qu'ils subissent de la part de la paroi, et la force qu'ils exercent sur la paroi.
4. En déduire la pression P sur la paroi.
5. Expliquer sommairement que quand on revient au système tridimensionnel (une enceinte parallélépipédique), il suffit de diviser la pression par 3. Donner l'expression de la pression P en fonction de v. On passe au cas général non homocinétique en remplaçant v par u, moyenne quadratique de la vitesse.
6. En comparant l'expression à celle donnée par la loi des gaz parfaits, en déduire l'expression de l'énergie cinétique moyenne $< Ec >$ des atomes en fonction de la température T.
7. Expliquer enfin pourquoi on peut identifier $< Ec >$ à l'énergie interne U. Retrouver les expressions de $C_{V,m}$, $C_{P,m}$ et γ dans ce cas.

Exercice 2 Libre parcours moyen. On assimile chaque atome d'un gaz monoatomique à une sphère dure de diamètre $d = 1,44 \cdot 10^{-12}$m. La température est $T = 0,8$K, la pression $P = 1,2$Pa, on assimile le gaz à un gaz parfait et on donne la valeur de la constante de Boltzmann $k_B = \frac{R}{\mathcal{N}_A} = 1,38 \cdot 10^{-23}\text{J} \cdot \text{K}^{-1}$. On note n_0 le nombre moyen d'atomes par unité de volume et L le libre parcours moyen, c'est-à-dire la distance moyenne parcourue par un atome entre deux chocs.

1. Rappeler un modèle du gaz dans lequel on prend en compte la taille non nulle des constituants, contrairement au gaz parfait. Préciser la grandeur qui donne accès à la valeur numérique d.
2. On suppose toutes les molécules immobiles sauf une, animée de la vitesse constante $\overrightarrow{v}_0 = v_0\overrightarrow{u}_x$. Déterminer le volume ΔV dans lequel doit se trouver le centre d'une autre molécule pour qu'une collision ait lieu dans l'intervalle de temps Δt.
3. En déduire le libre parcours moyen L en fonction de d et de n_0.
4. On admettra que l'abandon de l'hypothèse (simplificatrice) d'immobilité des autres molécules conduit à diviser la valeur de L obtenue par $\sqrt{2}$; calculer numériquement n_0 et L.

Exercice 3 Notion de particule de fluide.