

# Travaux Dirigés numéro 12

## La spire magnétique

PC, 28 novembre 2008

**Exercice 1 Champ électrique au voisinage de l'axe d'une spire.** Une spire plate de rayon  $R$ , de centre  $O$  et d'axe  $(O, z)$  est parcourue par un courant constant d'intensité  $i$ .

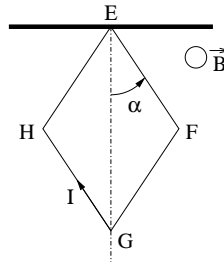
1. Rappeler l'expression du champ magnétique en un point  $M$  situé sur l'axe au point défini par  $\overrightarrow{OM} = z\overrightarrow{u}_z$ . Donner l'expression en fonction de  $z$ .
2. En un point  $N$  proche, à la distance  $r$  de l'axe ( $r \ll R$  et  $r \ll z$ ), on suppose que  $\vec{B} = B_r(r, z)\overrightarrow{u}_r + B_z(r, z)\overrightarrow{u}_z$ , avec  $B_z(r, z) \simeq B_z(0, z)$ . Déterminer complètement ce champ.
3. Les lignes de champ sont tangentes au champ en tout point. Justifier qu'elles s'écrivent  $\vec{B} \wedge d\overrightarrow{OM} = \vec{0}$ .
4. En coordonnées cylindriques,  $d\overrightarrow{OM} = dr\overrightarrow{u}_r + r d\theta\overrightarrow{u}_\theta + dz\overrightarrow{u}_z$ . En déduire qu'elles sont dans le plan méridien  $(O, \overrightarrow{u}_r, \overrightarrow{u}_\theta)$  et donner leur équation sous la forme  $r = \varphi(z)$ .

**Exercice 2 Dipôle électrique, dipôle magnétique.** Un dipôle électrique est formé d'une charge négative  $-q$  en un point  $N \left| \begin{array}{l} -\frac{d}{2} \\ 0 \end{array} \right.$  et d'une charge positive  $q$  en un point  $P \left| \begin{array}{l} \frac{d}{2} \\ 0 \end{array} \right.$ .  $M$  est un point de coordonnées polaires  $[r, \theta]$  avec (approximation dipolaire)  $d \ll r$ .

1. Établir l'expression approchée du potentiel  $V(M) = V_P(M) + V_N(M)$ .
2. En déduire le champ électrique  $\vec{E}(M)$  en fonction du moment dipolaire  $\vec{P} = q\overrightarrow{NP}$  en fonction de  $P = qd$ .
3. Par analogie, déterminer le champ magnétique  $\vec{B}(M)$  créé par une spire élémentaire (dipôle magnétique) de moment dipolaire  $\vec{M} = i\vec{S}$  en fonction de  $\mathcal{M} = iS$ .
4. L'énergie potentielle d'interaction entre un dipôle électrique et un champ électrique extérieur est  $E_p = -\vec{P} \cdot \vec{E}_e$ . Donner par analogie l'expression de l'énergie potentielle d'interaction entre un dipôle magnétique et un champ magnétique extérieur.

**Exercice 3 Aspects mécaniques.** L'énergie potentielle d'interaction entre un dipôle magnétique et un champ magnétique extérieur est  $E_p = -\vec{M} \cdot \vec{B}_e$ .

1. Soit un circuit plan parcouru par un courant  $I$  constant, placé dans un champ magnétique uniforme  $\vec{B}$ . Montrer que l'énergie potentielle d'interaction entre le circuit et le champ magnétique est  $E_p = -I\Phi$ , où  $\Phi$  est le flux du champ magnétique à travers le circuit.
2. Application : le circuit est un losange articulé  $EFGH$ , accroché en son sommet  $E$ , de côté  $a$  et de masse  $4m$ . Il est parcouru par un courant d'intensité constante  $I$ , et plongé dans un champ uniforme  $\vec{B} = B\overrightarrow{u}_y$ .  $B$  peut être négatif ou positif.



Déterminer les positions d'équilibre du système.