

Travaux Dirigés numéro 18 : électron élastiquement lié

PC

24.01.2008

Détermination de κ

On assimile l'atome hydrogénoïde à

- un électron (charge $-e$) assimilable à un nuage électronique sphérique de centre O , de rayon R et de densité électrique uniforme ρ
- un noyau (charge $+e$) ponctuel situé en P avec $OP = r < R$.

1. Faire un schéma.
2. Donner l'expression de ρ en fonction de e et de R .
3. Par application du théorème de Gauss, déterminer au point P le champ électrique \vec{E} créé par le **nuage électronique seul** en fonction de e , R , r , ε_0 et \vec{u}_r .
4. En déduire l'expression de la force électrique \vec{f} de rappel créée par le champ \vec{E} sur le noyau en P en fonction de e , R , r , ε_0 et \vec{u}_r .
5. En déduire que la force électrique est assimilable à une force de rappel élastique en précisant la constante de raideur κ et la longueur à vide ℓ_0 .

Bleu du ciel (d'après Centrale TSI (II) 2000)

1. Rappeler le modèle des oscillations forcées de l'électron élastiquement lié au noyau fixe.
2. En déduire l'expression du moment dipolaire (pour éviter toute confusion avec la longueur d'onde, on note α le coefficient de frottement) :

$$\vec{p} = \frac{\frac{e^2}{m_e}}{\frac{\kappa}{m_e} - \omega^2 + j \frac{\alpha\omega}{m_e}} \vec{E}_0 e^{j(\omega t + \varphi)}$$

3. On veut donner une valeur approchée de \vec{p} . On donne $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C, $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg, $\varepsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12}$ F · m⁻¹, $R \simeq 10^{-10}$ m et $\alpha \simeq 10^{-22}$ kg · s⁻¹. L'onde excitatrice est de pulsation ω correspondant à une longueur d'onde dans le visible.
 - (a) Donner l'ordre de grandeur de ω puis de ω^2 .
 - (b) Donner l'ordre de grandeur de κ .
 - (c) Donner l'ordre de grandeur de $\omega_0 = \sqrt{\frac{\kappa}{m_e}}$ et de ω_0^2 .
 - (d) Donner l'ordre de grandeur de $\frac{\alpha\omega}{m_e}$.
4. En déduire l'expression approchée de \vec{p}
5. En déduire, par application de la formule de Larmor, l'expression de la puissance moyenne émise (rayonnée) par le dipôle oscillant en fonction de μ_0 , e , ω , E_0 , m_e , ω_0 et c_0 .
6. Tracer l'allure des variations de $\langle \mathcal{P} \rangle$ en fonction de ω . En déduire que la lumière diffusée correspond majoritairement aux grandes valeurs de ω , donc aux faibles valeurs de λ .
7. La lumière solaire étant plus intense dans le bleu que dans le violet et notre œil étant plus sensible au bleu qu'au violet, conclure.