Activité : Représentation graphique de la fonction exponentielle

Pour repésenter graphiquement la fonction f dérivable sur $\mathbb{R}$ telle que $f' = f$ et $f(0) = 1$, on va utiliser la méthode d'Euler.
Cette méthode consiste à définir un "pas" h proche de zéro et à utiliser l'approximation affine d'une fonction :
Si h est proche de zéro alors $f(a+h) \approx f(a) + f'(a) \times h$ (pour a appartenant au domaine de dérivabilité de f).
De proche en proche, on peut alors trouver des valeurs approchées de la fonction.

Cas général :

Soit h proche de zéro. On définit alors, pour tout $n \in \mathbb{N}$, la suite (x_n) par : $x_n = nh$ et la suite (y_n) par $y_0 = 1$ et $y_{n+1} = y_n + y_n \times h$.

1. Quelle est la nature de la suite (x_n)? Déterminer son premier terme.
2. Prouver que la suite (y_n) est géométrique. On donnera sa raison.
3. En utilisant l'approximation affine de $f(x_{n+1})$, justifier que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $y_{n+1} \approx f(x_{n+1})$.
4. En déduire l'expression, en fonction de h et de n, d'une valeur approchée de $f(x_n)$.

Cas où $h = 0,1$: Utilisation du tableur

Dans la feuille 1 du tableau, noter dans la case A1 "n" puis sur la plage A2:A22, faire varier n de 0 à 20.
Dans la case B1 noter "xn" puis sur la plage B2:B22 faire apparaître les valeurs de x_n pour n variant de 0 à 20.
Enfin, dans la case C1, noter "yn" puis sur la plage C2:C22 faire apparaître les valeurs de y_n pour n variant de 0 à 20.

1. Compléter le tableau ci-dessous (représentant la feuille 1 du tableur) avec les formules permettant de calculer n, x_n et y_n.

	A	B	C
1	n	x_n	y_n
2	0	=	=
3	=		

2. En choisissant le type "nuage de points reliés" représenter graphiquement (sur une nouvelle feuille) les points de coordonnées $(x_n; y_n)$.
Puisque pour tout entier n, $y_n \approx f(x_n)$, on en déduit que cette représentation peut être considérer comme étant une représentation approximative de la fonction f.

Comparaison de différents tracés

Refaire les opérations précédentes pour un pas $h = 0,05$ puis pour $h = 0,5$ en faisant en sorte de représenter la fonction entre 0 et 2.
On représentera ces trois courbes dans un même graphique ; pour cela, on considèrera chaque courbe comme la représentation d'une série à deux variables x_n et y_n.